

# 令和5年度採用 山梨県公立学校教員選考検査

## 高等学校・数学 問題

「始め」という合図があるまで、このページ以外のところを見てはいけません。

### 注 意

- 1 この問題は5問4ページで、時間は60分です。
- 2 解答用紙は、別紙で配付します。「始め」の合図で始めてください。
- 3 解答は、それぞれの問題の指示に従って解答用紙に記入してください。
- 4 「やめ」の合図があったら、すぐやめて係の指示に従ってください。
- 5 解答用紙を持ち出してはいけません。

## 高等学校 数学

1 高等学校学習指導要領（平成30年告示）数学について、次の（1）、（2）の問いに答えよ。

- （1） 次の文は数学「第2款 各科目 第1 数学I 2 内容 (1)数と式」の一部を示したものである。（①）～（⑧）に当てはまる語句を、【語群】から選び解答欄に記せ。

数と式について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び（①）を身に付けること。

（ア） 数を（②）まで拡張する意義を理解し、簡単な無理数の四則計算をすること。

（イ） 集合と（③）に関する基本的な概念を理解すること。

（ウ） （④）の乗法公式及び因数分解の公式の理解を深めること。

（エ） 不等式の解の意味や不等式の性質について理解し、一次不等式の解を求めること。

イ 次のような思考力、判断力、（⑤）等を身に付けること。

（ア） 集合の考えを用いて論理的に考察し、簡単な（③）を証明すること。

（イ） 問題を解決する際に、既に学習した計算の方法と関連付けて、式を（⑥）に捉えたり目的に応じて適切に変形したりすること。

（ウ） 不等式の性質を基に一次不等式を解く方法を考察すること。

（エ） 日常の事象や（⑦）の事象などを（⑧）に捉え、一次不等式を問題解決に活用すること。

### 【語群】

写像	関心	社会	直観的	複素数	技能	実数	多面的	命題
二次	三次	関数	理解力	数学的	集合	経済	物理的	表現力

- （2） 第2款 各科目 第1 数学I 2 内容〔課題学習〕の授業において、次のような証明問題を生徒に示す。この証明問題の証明過程を記述せよ。また、生徒に指導する際、特に注意すべきポイントを記述せよ。

有理数全体の集合  $Q$  に無理数  $\sqrt{2}$  をつけ加え、有理数  $p, q$  を用いて  $p+q\sqrt{2}$  と表される数全体の集合を  $Q(\sqrt{2})$  とおく。このとき

$\alpha, \beta \in Q(\sqrt{2}) \Rightarrow$  商  $\frac{\alpha}{\beta} \in Q(\sqrt{2})$  を証明しなさい。ただし  $\beta \neq 0$  とする

- 2 次は数学Ⅲの授業で生徒に出題した問題と生徒の解答である。これについて、下の問いに答えよ。

**【問題】**

方程式  $\sqrt{x+2} = x$  を解きなさい。

**【生徒の解答】**

$x$  を実数とする。与えられた方程式の左辺の式の符号を考えることにより、

右辺においても  $x \geq 0$  となるので、求める解の範囲は  $x \geq 0 \dots \textcircled{1}$  として考える。

与えられた等式  $\sqrt{x+2} = x$  の両辺を2乗すると  $x+2 = x^2$  となる。

$x^2 - x - 2 = 0$  から因数分解して、 $(x - 2)(x + 1) = 0$  より、

$x = 2$  ,  $-1$  となる。 $\textcircled{1}$  から  $x = -1$  は解として不適である。

よって、方程式  $\sqrt{x+2} = x$  の解は  $x = 2$  となる。

問 この生徒から、「 $x = -1$  は数学的にはどのような意味をもつのですか」と問われたときの説明を記述せよ。

**3** 不等式  $\log_x y < 2 + 3\log_y x$  について、次の(1)、(2)の問いに答えよ。

(1)  $x > 1$  かつ  $y > 1$  のとき、不等式  $\log_x y < 2 + 3\log_y x$  を満たす点  $(x, y)$  の存在範囲を図示せよ。

(2)  $\log_x y < 0$  のとき、不等式  $\log_x y < 2 + 3\log_y x$  を満たす点  $(x, y)$  の存在範囲を図示せよ。

- 4 曲線  $y = x^2$  ( $0 \leq x \leq 2$ ) を  $y$  軸のまわりに回転してできる容器に水を満たし、時刻  $t = 0$  に排水を開始する。時刻  $t$  において容器に残る水の深さを  $h$ 、体積を  $V$  とするとき、

$$\frac{dV}{dt} = -\sqrt{h} \text{ となるように排水する。}$$

このことについて、次の(1)～(3)の問いに答えよ。

- (1) 水深  $h$  のときの体積  $V$  を  $h$  を用いて表せ。
- (2) 水深  $h$  の変化率  $\frac{dh}{dt}$  を  $h$  を用いて表せ。
- (3) 容器内の水を完全に排水するのに要する時間  $T$  を求めよ。

- 5  $p$  を素数とすると、下の二項係数はすべて  $p$  の倍数となることを示せ。

$$\text{二項係数 } {}_p C_1, {}_p C_2, {}_p C_3, \dots, {}_p C_{p-1}$$