

【中学校・3年・数学・「2次方程式」】

育成を目指す資質・能力

B3（思考を深める学習）

- ・ 2次方程式を具体的な場面で活用することができる。

ICT活用のポイント

【活用したソフトや機能】 動的作図ソフト 学習支援ソフト

- ・ 動的作図ソフトを用いて三角形を動かしながら面積の変化の様子を視覚的に観察するなど、試行錯誤しながら数学的な性質を考察する。

学習の流れ

問題を把握する。

動的作図ソフトを用いて三角形の頂点を動かし、面積の変化の様子を観察する。

解決の方法を見通す。

2次方程式を用いて問題を解決する。

適用問題において動的作図ソフトを用いて正方形の頂点を動かして図形の考察し問題を解決する。

事例の概要

本事例では、授業で扱う問題と適用問題の両方で、動的作図ソフトを用いて図形を動かしながら考察する。

授業で扱う問題は、一辺6cmの正方形ABCDで辺AB上の点Pと辺DA上の点Qが $AP = DQ$ を保ちながら動くとき、 $\triangle APQ = 3\text{cm}^2$ となるAPの長さを求める問題である。

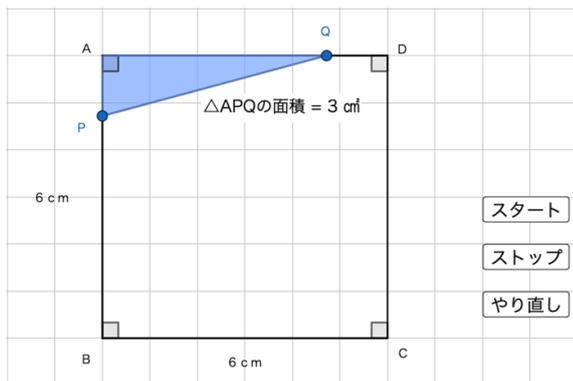
動的作図ソフトを用いて三角形を動かして図形を観察し解決の方法や結果を見通す場面を設定した。

適用問題は、長さが8cmの線分AB上に点Pをとり、AP、BPを一辺とする正方形の面積の和が 36cm^2 となるAPの長さを求める問題である。

多くの生徒が、動的作図ソフトにより問題場面の数量関係を捉えることができた。

【中学校・3年・数学・「2次方程式」】

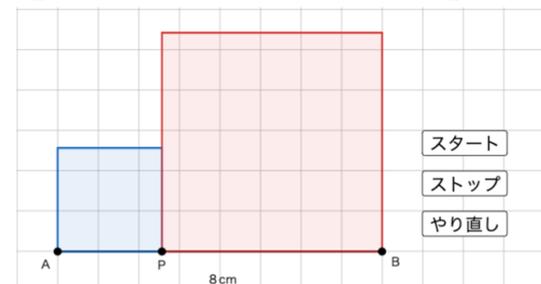
【動的作図ソフトの活用場面①】



左の図で、「スタート」等のボタンをタップして点Pを動かしたり、画面上で点Pをドラッグして動したりすることができるようにした。生徒は、自分で点Pを動かしながら三角形の形や面積の変化の様子を捉えたり、求める点が2つあること気付いたりしていた。ソフトの使用は初めてであったが、点を動かしながら隣の生徒に説明する場面も見られた。

振り返りシートにも「点がどのように動くかイメージしながら式を立てることができた」や「どのように点が動いているかをイメージすると、何がxで、どのような値が答えになるのかがわかる」などの記述が見られた。

【動的作図ソフトの活用場面②】



左の図は、適用問題である。上記と同様、ボタンやドラッグにより点Pを動かすことができるようにした。適用問題では、面積の表示はしていないが、設定により表示することも可能である。

紙面上だけでは図形の変化が捉えにくい問題でも、動的作図ソフトによりイメージしやすくなるため、多くの生徒が方程式に表そうしている様子が見られた。

中学校・3年・数学科・2次方程式

【活用したソフトや機能】 動的作図ソフト 学習支援ソフト

〈ICT活用のポイント〉

動的作図ソフトを用いて三角形を動かしながら面積の変化の様子を視覚的に観察するなど、試行錯誤しながら数学的な性質を考察する。

1 単元の目標

- (1) 2次方程式についての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに、事象を数理化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする資料を身に付ける。
- (2) 文字を用いて数量の関係や法則などを考察し表現することができる。
- (3) 2次方程式について、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度、問題解決の課程を振り返って評価・改善しようとする態度を身に付ける。

2 単元の評価規準

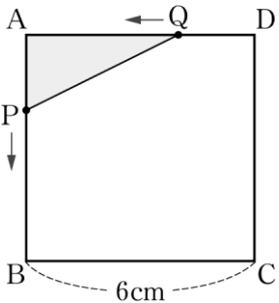
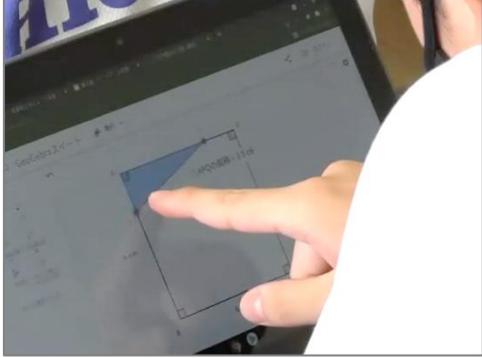
知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
① 2次方程式の必要性と意味及びその解の意味を理解している。 ② 平方の形に変形し2次方程式を解くことができる。 ③ 解の公式の意味を理解し、それを用いて2次方程式を解くことができる。 ④ 因数分解を利用して2次方程式を解くことができる。 ⑤ 事象の中の数量やその関係に着目し、2次方程式をつくることができる。	① 平方根や因数分解の考えをもとにして、2次方程式を解く方法を考察し表現することができる。 ② 具体的な問題の解決に2次方程式を活用することができる。	① 2次方程式の必要性と意味を考えようとしている。 ② 2次方程式について学んだことを生活や学習に生かそうとしている。 ③ 2次方程式を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしている。

3 指導と評価の計画(15時間)より抜粋

時間	ねらい・学習活動	重点	記録	備考
11	・花だんの道幅を考える問題を、2次方程式を利用して求める活動を通して、事象の中の数量やその関係に着目し、2次方程式をつくることができるようにする。	知		知⑤：行動観察
12	・数に関する問題を、2次方程式を利用して解決する活動を通して、事象の中の数量やその関係に着目し、2次方程式をつくることができるようにする。	知	○	知⑤：行動観察、小テスト
13	・長方形の紙から作った直方体の容器の容積に関する問題を、2次方程式を利用して解決する活動を通して、2次方程式を具体的な場面で活用することができるよ	思		思②：行動観察

	うにする。			
14 本 時	・図形の動点に関する問題を、2次方程式を利用して解決する活動を通して2次方程式を具体的な場面で活用することができるようにする。	思	○	思②：行動観察、小テスト
15	・単元で学習したことが定着しているか自己評価することができるようにする。	知 思 態	○	知①～⑤：小テスト 思①②：小テスト 態③：「学びの足跡」シート

4 本時の展開

指導と学習活動	評価と配慮事項
<p>1 問題を把握する。</p> <div data-bbox="167 694 917 1142" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>【問題】</p> <p>図のような正方形 $ABCD$ で、点 P は A を出発して辺 AB 上を B まで動きます。また、点 Q は、点 P が A を出発するのと同時に D を出発し、P と同じ速さで辺 DA 上を A まで動きます。点 P が A から何 cm 動いたとき、$\triangle APQ$ の面積が 3cm^2 となりますか。</p>  </div> <ul style="list-style-type: none"> ・動的作図ソフトを利用して、$\triangle APQ$ の変化を、点 P を動かしながら観察し、面積が 3cm^2 になるところを考える。 T 「点 P を動かしてみて、気付いたことはありますか。」 S 「点 P と点 Q は同じ速さだから、動く距離も同じだ。($AP = DQ$)」 S 「$\triangle APQ$ の面積は 0cm^2 からはじまり、途中までは増えていき、途中から減っていき、最終的に 0cm^2 に戻る。」 S 「点 P と点 Q が辺の真ん中まで動いたとき、$\triangle APQ$ の面積は最大になる。(4.5cm^2)」 S 「面積が 3cm^2 になるのは2か所ありそうだ。」 <div data-bbox="191 1624 1417 1675" style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>めあて：$\triangle APQ$ の面積が 3cm^2 になるのは、点 P が A から何 cm 動いたときか求めよう。</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> ・教師用画面で点を動かす様子を見せながら一緒に点を動かし、$\triangle APQ$ の変化を確認できるようにする。 ・1人1台端末を操作しているときも、問題解決につながるヒント等に気付いたときには、ノートの余白に書くようにし、書いたことは消さないよう指示する。 
<p>2 解決の方法を見通す。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・求める手立てを確認する。 T 「求めたいものは何ですか。」 S 「点 P が A から何 cm 動いたときに $\triangle APQ$ の面積が 3cm^2 になるかです。」 <p>T 「どうすれば求めることができそうですか。」</p> <p>S 「求めたいものを x として方程式をつくり、それを解いて求めていきます。」</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・未知の数量を求めるには、方程式を使うことを確認し、求める数量が AP の長さであることと、それを x にして方程式をつくれればよいことを確認する。

T 「今回は何を x にすればよいですか。」

S 「APの長さを x cm にします。」

- ・ APの長さを x cm として方程式をつくり問題を解く。

3 問題を解決する。

- ・ 方程式をつくり、問題を解く。

APの長さを x cm とする。

DQの長さも x cm なので、AQの長さは $(6-x)$ cm。

方程式をつくると、

$$\frac{1}{2}x(6-x) = 3$$

$$x(6-x) = 6$$

$$x^2 - 6x - 6 = 0$$

$$x = \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{2}$$

$$x = 3 \pm \sqrt{3}$$

x の変域は $0 \leq x \leq 6$ である。

※ $1 < \sqrt{3} < 2$ であるので

これらは問題に適している。

答え $(3+\sqrt{3})$ cm, $(3-\sqrt{3})$ cm

※ $\sqrt{3} \doteq 1.73$ であるので、

$$3 + \sqrt{3} \doteq 4.73 \quad 3 - \sqrt{3} \doteq 1.27$$

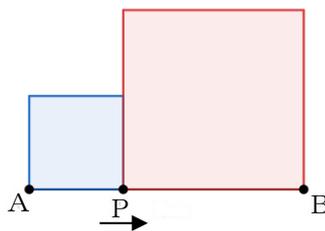
よって、これらは問題に適している。

- ・ 他の生徒の説明を聞いて、自分の考えを修正したり、相手の考えを書いたりする。

4 小テストを実施する。

【小テスト】

長さが 8 cm の線分 AB 上を、点 P が A を出発して B まで動きます。AP、PB をそれぞれ 1 辺とする正方形の面積の和が 36cm^2 になるのは、点 P が A から何 cm 動いたときですか。



- ・ 図形の動点に関する問題を解く。
- ・ 動的作図ソフトで図形を動かして観察しながら、問題を解く。

5 本時の学習を振り返る。

- ・ 学習感想を書く。



- ・ 方程式がつかれない生徒には、AP と同じ長さの部分がどこかを問うたり、AQ の長さを、 x を使って表すことができないかを問うたりする。
- ・ 方程式を解けない生徒には、解の公式を確認するように促す。
- ・ 解の吟味が十分できていないと考えられる生徒には、本当に答えとして適しているのか確認するように促す。
- ・ ノートの右側に余白をつくっておき、そこに他の生徒の考えやコメント等を書き込むように指示する。
- ・ 答えは赤ペンで修正し、コメント等を右側の余白に書き入れるよう促す。
- ・ $\sqrt{3}$ の近似値を確認して解の吟味ができるようにする。

【思②：行動観察】

図形の動点に関する問題について、数量の関係を捉え 2 次方程式を立式し、解決することができる。

- ・ 図形を動かして観察しながら小テストに取り組むように指示する。

【○思②：小テスト】

図形の動点に関する問題について、数量の関係を捉え 2 次方程式を立式し、解決することができる。

- ・ わかったことや気付いたことだけでなく、まだわからないことなども書かせ、次時につなげられるようにする。

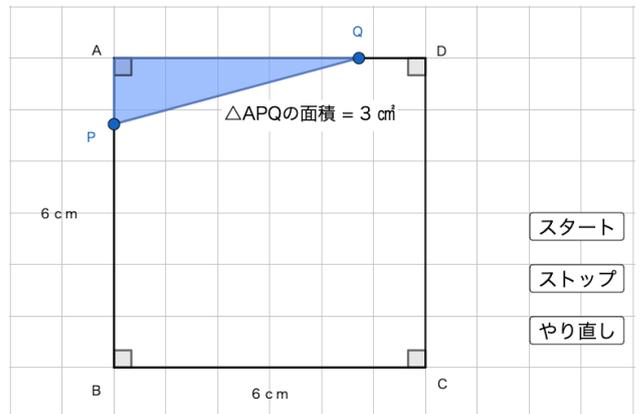


5 ICTの効果的な活用について

本時の授業においては、数量の関係を捉えるにあたり、動点の様子を、動的作図ソフトを利用し、動的に捉えられるように工夫した。

【動的作図ソフトの活用場面①】

右の図で、「スタート」等のボタンをタップして点Pを動かしたり、画面上で点Pをドラッグして動したりすることができるようにした。生徒は、自分で点Pを動かしながら三角形の形や面積の変化の様子を捉えたり、求める点が2つあること気付いたりしていた。ソフトの使用は初めてであったが、点を動かしながら隣の生徒に説明する場面も見られた。



振り返りシートにも、「点がどのように動くかイメージしながら式を立てることができた」や「どのように点が動いているかをイメージすると、何が x で、どのような値が答えになるのかわかる」などの記述が見られた。

その一方で、「点の動く様子は理解できたけれど、式を立てることができなかった」など、動的作図ソフトで捉えた関係を方程式で表すことができない生徒も見られた。

授業の最後には、動的作図ソフトを用いた適用問題に取り組んだ。

【動的作図ソフトの活用場面②】

右の図は、適用問題である。上記と同様、ボタンやドラッグにより点Pを動かすことができるようにした。適用問題では、面積の表示はしていないが、設定により表示することも可能である。紙面上だけでは図形の変化が捉えにくい問題でも、動的作図ソフトによりイメージしやすくなるため、多くの生徒が方程式に表そうしている様子が見られた。

