

高・数学 1

※ 印のところは記入しない

受検番号

氏名

※

----- 切り取らないこと -----

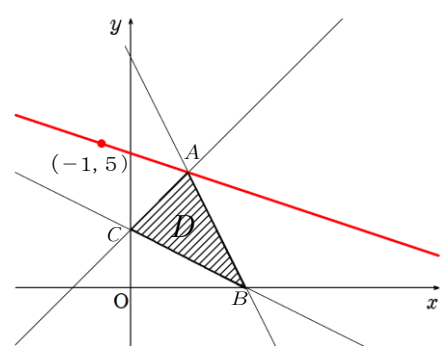
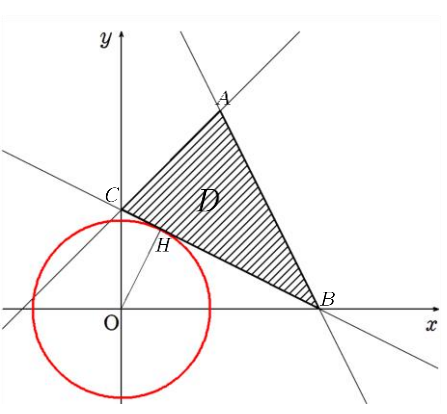
令和 8 年度採用 山梨県公立学校教員選考検査

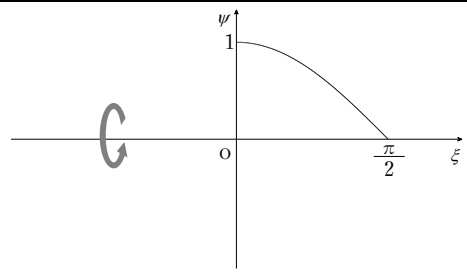
※

高等学校 数学 解答例											
	(1)	①	社会生活	②	離散的	③	確率分布	④	母集団	⑤	批判的
1 30 点	(2)	【証明過程】 $1\cdot 1!+2\cdot 2!+3\cdot 3!+\cdots +n\cdot n!=(n+1)!-1 \quad \cdots \text{①}$ (i) $n=1$ のとき ①の (左辺) $=1\cdot 1!=1$ ①の (右辺) $=(1+1)!-1=1$ よって $n=1$ のとき①は成り立つ (ii) $n=k$ のとき①が成り立つ, すなわち $1\cdot 1!+2\cdot 2!+3\cdot 3!+\cdots +k\cdot k!=(k+1)!-1$ が成り立つと仮定すると, $n=k+1$ のときの①の左辺は $\begin{aligned} &1\cdot 1!+2\cdot 2!+3\cdot 3!+\cdots +k\cdot k!+(k+1)(k+1)! \\ &=\{(k+1)!-1\}+(k+1)(k+1)! \quad (\because \text{仮定より}) \\ &=\{1+(k+1)\}(k+1)!-1 \\ &=(k+2)!-1 \end{aligned}$ $n=k+1$ のときの①の右辺は $(k+2)!-1$ よって, $n=k+1$ のときにも①は成り立つ。 (i) , (ii) から, すべての自然数 n について ① は成り立つ。									
		【留意すべきポイント】 数学的帰納法を指導する際には, 数学的帰納法による証明の仕組みを理解し, その上で, 証明の書き方を指導することに留意する必要がある。 この問題では, ・ $n=1$ のときに ①の左辺の式の値と①の右辺の式の値をそれぞれ計算し, 等しくなることを述べている ・ $n=k$ のとき①が成り立つと仮定すると, $n=k+1$ のときも①の式がどのように表せるか理解している また, $n=k$ のときの①の等式を論証過程において用いている ・ すべての自然数 n について①が成り立つこと (結論) についての記載が書かれている など									

2 20 点	(1)	【正しい解答】 3 枚のコインを A, B, C とする。 表を お , 裏を う と表記する。 [1] 表が 3 枚で裏が 0 枚 (A, B, C) = (お, お, お) [2] 表が 2 枚で裏が 1 枚 (A, B, C) = (お, お, う) , (お, う, お) , (う, お, お) [3] 表が 1 枚で裏が 2 枚 (A, B, C) = (お, う, う) , (う, お, う) , (う, う, お) [4] 表が 0 枚で裏が 3 枚 (A, B, C) = (う, う, う) であるから, 3 枚のコインを投げたとき, コインの出方は 8 通りある。 そのうち, 表が 1 枚だけであるのは [3] の 3 通りであるから, 求める確率は $\frac{3}{8}$
	(2)	【誤り】 ・ Y さんの解答では根元事象が同様に確からしいとは考えることができない ----- 【留意すべきポイント】 ・ この問題においてはすべての根元事象を明らかにし, それらの根元事象が同様に確からしいとして解答しなければならない。そのためには, 3 枚のコインを区別して考えることを理解する必要がある。授業においては, 根元事象をすべて書き上げる活動やコンピュータを活用したシミュレーションなどを通して理解させていく。

3 15 点	(1)	関数 $f(x)$ が $x=a$ で微分可能であることを用いて $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ を示す。 $f(x)$ が $x=a$ で微分可能であるから、 $f'(a)$ が存在して $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) - f(a)\} = \lim_{x \rightarrow a} \left\{ \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \cdot (x - a) \right\} = f'(a) \cdot 0 = 0$ よって $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ ゆえに、 $f(x)$ は $x=a$ で連続である。
	(2)	$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow a} \frac{\{af(x)\}^2 - \{xf(a)\}^2}{x - a} \\ &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{\{af(x) + xf(a)\}\{af(x) - xf(a)\}}{x - a} \\ &= \lim_{x \rightarrow a} \left[\{af(x) + xf(a)\} \cdot \frac{\{af(x) - xf(a)\}}{x - a} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow a} \left[\{af(x) + xf(a)\} \times \frac{af(x) - af(a) + af(a) - xf(a)}{x - a} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow a} \left[\{af(x) + xf(a)\} \left\{ a \cdot \frac{f(x) - f(a)}{x - a} - f(a) \right\} \right] \\ &= 2af(a)\{af'(a) - f(a)\} \end{aligned}$

4 15 点	(1)	3 直線 $x - y + 2 = 0, 2x + y - 8 = 0, x + 2y - 4 = 0$ の交点を $A(2, 4), B(4, 0), C(0, 2)$ とする。 連立不等式の表す領域 D は右の図の斜線部分であり、境界線を含む。 $\frac{y-5}{x+1} = k$ とおくと、 $y - 5 = k(x + 1) \cdots \textcircled{1}$ $\textcircled{1}$ は点 $(-1, 5)$ を通り、傾き k の直線を表す。 ただし $x = -1$ の直線は除く。求めたいのは直線 $\textcircled{1}$ が 領域 D と共有点をもつときの k の最大値であるから、 $A(2, 4)$ を通るときである。したがって、 k の最大値は $\frac{4-5}{2+1} = -\frac{1}{3}$ すなわち、 $\frac{y-5}{x+1}$ は $x=2, y=4$ のとき 最大値 $-\frac{1}{3}$ をとる。 
	(2)	連立不等式が表す領域 D は右の図の斜線部分であり、境界線を含む。 $x^2 + y^2 = l \ (l > 0) \cdots \textcircled{2}$ とおくと、 $\textcircled{2}$ は原点が中心の半径 $\sqrt{l}$ の円を表す。 よって、求める最小値については領域 D と円 $\textcircled{2}$ の共有点を調べる。 円 $\textcircled{2}$ が直線 BC に接するとき半径 $\sqrt{l}$ は最小値となり、 l も最小となる。 円 $\textcircled{2}$ と直線 BC の接点を H とすると、 $OH = \sqrt{l} = \frac{ -4 }{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{4}{\sqrt{5}}$ となる。よって l の最小値は $\frac{16}{5}$ となる。点 H は直線 $OH: y = 2x$ と 直線 $BC: x + 2y - 4 = 0$ の交点は $(\frac{4}{5}, \frac{8}{5})$ である。 したがって、 $x^2 + y^2$ は $x = \frac{4}{5}, y = \frac{8}{5}$ のとき 最小値 $\frac{16}{5}$ をとる。 

5 20 点	(1)	$\begin{aligned} V_x &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \pi y^2 dx \\ &= \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx \\ &= \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos 2x}{2} dx \end{aligned} \quad \begin{aligned} &= \pi \left[\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sin 2x \right]_0^{\frac{\pi}{2}} \\ &= \pi \left\{ \left(\frac{\pi}{4} + 0 \right) - (0 + 0) \right\} = \frac{\pi^2}{4} \end{aligned}$ 
	(2)	$\begin{aligned} y &= \cos x & \begin{array}{c c} y & 0 \rightarrow 1 \\ x & \frac{\pi}{2} \rightarrow 0 \end{array} & \frac{dy}{dx} = -\sin x \quad dy = -\sin x dx \\ V_y &= \int_0^1 \pi x^2 dy = \int_{\frac{\pi}{2}}^0 \pi x^2 (-\sin x) dx \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} (-\cos x)' \cdot \pi x^2 dx = [-\cos x \cdot \pi x^2]_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} (-\cos x) \cdot 2\pi x dx \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x)' \cdot 2\pi x dx = [\sin x \cdot 2\pi x]_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot 2\pi dx = \pi^2 + [2\pi \cos x]_0^{\frac{\pi}{2}} = \pi^2 - 2\pi \end{aligned}$ 